

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор Дата подписания: 2025.02.16 Уникальный программный ключ: 054c0182970293149c21699f0009940292896684	 МИНОБРАЗОВАНИЯ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Дифференциальные и разностные уравнения» по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» направленности (профилю) «Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1
---	---	---	--------

**Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации
по дисциплине (модулю)**

Дифференциальные и разностные уравнения

Направление подготовки (специальность)

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль)

Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Троицк, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии*

Направленность (профиль): *Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем*

Дисциплина: *Дифференциальные и разностные уравнения*

Семестр изучения: *4*

Форма промежуточной аттестации: *Экзамен*

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Для достижения ОПК-1.1.: основные положения теории дифференциальных и разностных уравнений, основные методы решения дифференциальных и разностных уравнений Для достижения ОПК-1.2.: описывать при помощи дифференциальных уравнений модели простейших реальных явлений; правильно соотносить содержание конкретных задач с общими положениями теории дифференциальных и разностных уравнений; применять методы теории дифференциальных и разностных уравнений для решения теоретических и практических задач Для достижения ОПК-1.3.: навыками решения дифференциальных и разностных уравнений;



			использования математического аппарата теории дифференциальных и разностных уравнений в исследовательской и прикладной деятельности
--	--	--	---

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1.	ОПК-1	Обыкновенные дифференциальные уравнения	Домашняя работа, контрольная работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос (вопросы 1-9) Практическое задание
2.	ОПК-1	Линейные уравнения и системы.	Домашняя работа, контрольная работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос 7 Практическое задание
3.	ОПК-1	Уравнения не разрешенные относительно производной	Домашняя работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос (вопросы 10-26) Практическое задание
4.	ОПК-1	Уравнения, допускающие понижение порядка.	Домашняя работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос 12,13 Практическое задание
5.	ОПК-1	Уравнения в частных производных первого порядка	Домашняя работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос 27
6.	ОПК-1	Теория устойчивости.	Домашняя работа, Самостоятельная работа на занятии	Экзамен Теоретический вопрос (вопросы 55-59) Практическое задание
7.	ОПК-1	Разностные уравнения	Домашняя работа, Самостоятельная	Экзамен Теоретический



			работа на занятии	вопрос (вопросы 60-62) Практическое задание
--	--	--	-------------------	--

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

3.2.1. База примерных практических заданий (на экзамене 4с.)

1. Составить дифференциальные уравнения данных семейств линий: $y = e^{Cx}$.
2. Составить дифференциальные уравнения данных семейств линий: $y = (x - C)^3$.
3. Составить дифференциальные уравнения данных семейств линий: $y = Cx^3$.
4. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых. $(y^2 + 1) dx = xy dy$.
5. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых. Найти также решение, удовлетворяющее начальным условиям. $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0; y(0) = 1$.
6. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых. Найти также решение, удовлетворяющее начальным условиям. $y' \operatorname{ctg} x + y = 2; y(x) \rightarrow -1 \text{ при } x \rightarrow 0$.
7. Решить уравнение: $(x + 2y)dx - x dy = 0$.
8. Решить уравнение: $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$.
9. Проверить, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах, и решить его: $2xy dx + (x^2 - y^2)dy = 0$.
10. Проверить, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах, и решить его: $(2 - 9xy^2)x dx + (4y^2 - 6x^3)y dy = 0$.
11. Решить уравнение: $x^2y'' = y'^2$.
12. Решить уравнение: $2xy'y'' = y'^2 - 1$.
13. Найти все решения данного уравнения. Выделить особые решения (если они есть). Дать чертеж. $8y'^3 = 27y$.
14. Найти все решения данного уравнения. Выделить особые решения (если они есть). Дать чертеж. $(y' + 1)^3 = 27(x + y)^2$.



15. Исследовать, являются ли данные функции линейно зависимыми.
Функции рассматриваются в той области, в которой они все определены.
 $6x + 9, 8x + 12.$
16. Исследовать, являются ли данные функции линейно зависимыми.
Функции рассматриваются в той области, в которой они все определены.
 $\sin x, \cos x.$
17. Исследовать, являются ли данные функции линейно зависимыми.
Функции рассматриваются в той области, в которой они все определены.
 $1, x, x^2.$
18. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.
 $y'' + y' = 1; y'(0) = 0, y(1) = 1.$
19. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.
 $y'' - y' = 0; y(0) = -1, y'(1) - y(1) = 2.$
20. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.
 $y'' + y = 1; y(0) = 0, y(\pi/2) = 0.$
21. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.
 $y'' - y' - 2y = 0; y'(0) = 2, y(+\infty) = 0.$
22. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.
 $y'' - 2iy = 0; y(0) = -1, y(+\infty) = 0.$
23. Решить систему уравнений: $x' = 2x + y, y' = 3x + 4y.$
24. Решить систему уравнений: $x' = x - y, y' = y - 4x.$
25. Решить систему уравнений: $x' + x - 8y = 0, y' - x - y = 0.$
26. Решить систему уравнений: $x' = x + y, y' = 3y - 2x.$
27. Решить систему уравнений (x' означает dx/dt , и т. д.): $x' = 3x - y, y' = 4x - y.$
28. Решить систему, не приведенную к нормальному виду: $x'' = 2x - 3y, y'' = x - 2y.$
29. Решить систему, не приведенную к нормальному виду: $x'' = 3x + 4y, y'' = -x - y.$
30. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при $t \rightarrow +\infty.$
 $x'' - x + x^2 = 0.$
31. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при $t \rightarrow +\infty.$
 $x'' + 2x^3 = 0.$



32. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при $t \rightarrow +\infty$.
 $x'' + 2x^3 - 2x = 0$.
33. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений: $y' = x/z$, $z' = -x/y$.
34. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений: $y' = z/x$, $z' = z(y + 2z - 1)/(x(y - 1))$.
35. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений: $y' = y^2z$, $z' = z/x - yz^2$.
36. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости (x, y) .
 $y' = (2x + y)/(3x + 4y)$.
37. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости (x, y) .
 $y' = (x - 4y)/(2y - 3x)$.
38. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости (x, y) .
 $y' = (x + 4y)/(2x + 3y)$.
39. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости (x, y) .
 $y' = (x - 2y)/(3x - 4y)$.
40. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости (x, y) .
 $y' = (2x - y)/(x - y)$.

3.2.2. База теоретических вопросов

1. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения. Задача Коши и краевая задача.
2. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения (векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
3. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.
7. Теорема существования и единственности (формулировка). Теорема существования и единственности для уравнения n -го порядка (формулировка).
8. Некоторые сведения о линейных дифференциальных уравнениях, свойства решений (с доказательством).
9. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.



10. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Теорема о виде решения.
11. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Действительное решение уравнения с действительными коэффициентами.
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней).
13. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Теорема о виде решения.
14. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
15. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Свойство квазимногочленов.
16. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.
17. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Общий случай.
18. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Простейшие свойства решений однородной системы. Линейная зависимость системы решений.
19. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
20. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.
21. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля.
22. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных.
23. Линейные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Сведение к нормальной линейной системе. Эквивалентность решения уравнения и системы.
24. Линейные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Линейная независимость. Фундаментальная система решений. Её



- существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
25. Линейные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Формула Лиувилля.
 26. Линейные уравнения n -го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
 27. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения n -го порядка.
 28. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Ломаные Эйлера.
 29. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
 30. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
 31. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.
 32. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы. Уравнения, которые не содержат явно искомую функцию или независимую переменную.
 33. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.
 34. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
 35. Положения равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
 36. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.
 37. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Невырожденный случай.
 38. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Вырожденный случай.
 39. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Существование нулевого собственного значения.
 40. Устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость по



- Ляпунову, связь этих понятий. Переход от исследования устойчивости произвольного решения к исследованию устойчивости нулевого решения.
41. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
 42. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Примеры.
 43. Теорема Четаева о неустойчивости. Пример.
 44. Теорема об устойчивости по первому приближению. Пример.
 45. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейное однородное уравнение, теорема о связи решения с первым интегралом системы дифференциальных уравнений. Лемма о первых интегралах системы меньшего порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.
 46. Квазилинейное уравнение, понятие характеристики уравнения. Теорема о решении квазилинейного уравнения. Теорема о получении решения из первого интеграла. Теорема об общем решении квазилинейного уравнения (формулировка).
 47. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши, геометрический смысл условия теоремы, пример.
 48. Линейные разностные стационарные уравнения. Нормальные линейные системы разностных уравнений
 49. Линейные стационарные системы разностных уравнений. Устойчивость по Ляпунову положений равновесия автономной системы разностных уравнений

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Экзамен проводится традиционно, студент готовится по билету, содержащему один теоретический вопрос и три практических задания. Продолжительность 30 - 40 минут.

При дистанционном обучении устный опрос, в том числе защита курсовых работ, реализуется в Microsoft Teams, практические задания и письменные ответы размещаются в Moodle, ответы должны сданы также в Moodle, тестирование осуществляется также в Moodle.



4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

4.2.1 Критерии оценивания теоретического вопроса

Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос — 10 баллов.

Отлично 9-10 баллов	Хорошо 7-8 баллов	Удовлетворительно 5-6 баллов	Неудовлетворительно 0-4 балла
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся отлично знает материал, умеет аргументировано изложить свою точку зрения, практически не допускает ошибок.	Обучающийся хорошо знает материал, умеет аргументировано изложить свою точку зрения, допускает незначительные ошибки.	Обучающийся знаком с материалом, владеет достаточным запасом понятий. Однако допускает фактические ошибки	Обучающийся не знает основных положений вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими и ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.

4.2.2 Критерии оценивания практического задания

Максимальный балл за практическое задание — 10 баллов

Оценка	Отлично	Хорошо	Удовлетворительно	Неудовлетворительно
Баллы	9-10 баллов	7-8 баллов	5-6 баллов	0-4 баллов
Уровень освоения проверяемых компетенций	высокий	средний	базовый	недостаточный

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

0-64 баллов - неудовлетворительно (2);

65-80 баллов - удовлетворительно (3);

81-90 баллов - хорошо (4);

91-100 баллов - отлично (5).



Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины.

Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично, предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности:
 - глубоко и правильно усвоил программный материал, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает;
 - владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач;
 - уметь строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо, предполагает формирование компетенций на достаточном уровне:
 - он твердо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает;
 - владеет основными математическими методами;
 - не допускает существенных ошибок, но и испытывает затруднения в выводах и доказательствах;
 - умеет применять основные положения и формулы для решения задач.
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно, предполагает формирование компетенций на начальном уровне:
 - имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств;
 - допускает ошибки, недостаточно правильные формулировки;
 - с трудом увязывает основные положения с практикой
4. Недостаточный уровень соответствует оценке неудовлетворительно:
 - не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала;
 - допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять;
 - не может увязать теорию с практикой.

