

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 2025.11.05 16:59:00  
Уникальный программный ключ:  
054c0182970293149c2169910009940292896864

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Уравнения с частными производными» по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» направленности (профилю) «Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

## **Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)**

### **Уравнения с частными производными**

Направление подготовки (специальность)

**02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии**

Направленность (профиль)

**Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем**

Присваиваемая квалификация (степень)

**бакалавр**

Форма обучения

**очная**

Год набора

**2026**

Троицк, 2026 г.



## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
  - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
  - 3.1. Виды оценочных средств
  - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
  - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
  - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
  - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии»*

Направленность (профиль): *Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем*

Дисциплина: *Уравнения с частными производными*

Семестр изучения: *5*

Форма промежуточной аттестации: *зачет*

Для оценивания результатов используется балльно-рейтинговая система

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

### 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Уравнения с частными производными» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Демонстрирует знание теоретических основ принятия решений в сфере управления проектами. УК-2.2. Выявляет и анализирует различные способы решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их выбор. УК-2.3. Демонстрирует способность проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и	Знать: основные понятия теории дифференциальных уравнений (для достижения УК-2.1) Уметь: решать задачи, связанные с уравнениями в частных производных (для достижения УК-2.2) Владеть: навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных (для достижения УК-2.3)



		имеющихся ресурсов и ограничений	
ПК-1	Способность проводить под научным руководством локальные научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1. Обладает знаниями о методологии и этапах выполнения научно-исследовательской работы; о методах решения научных задач; о методике подготовки отчета, в том числе выпускной квалификационной работы; ПК-1.2. Демонстрирует умения: обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию и результаты исследований; выполнять под научным руководством научно-исследовательскую или опытно-конструкторскую разработку в конкретной области профессиональной деятельности ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности; подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.	Знать: методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка (для достижения ПК-1.1) Уметь: моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных (для достижения ПК-1.2) Владеть: навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных (для достижения ПК-1.3)

### 3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

#### 3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для	Наименование оценочного средства на промежуточной
-------	------------------------------	--	--------------------------------------	---



			текущего контроля	аттестации
1	Уравнения в частных производных первого порядка	УК-2, ПК-1 (знания, умения, навыки)	Домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет: Устный опрос (вопросы 1-4) Практическое задание
2	Уравнения в частных производных второго порядка	УК-2, ПК-1 (знания, умения, навыки)	Домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет: Устный опрос (вопросы 5-26) Практическое задание

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

### 3.2 Содержание оценочных средств

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой контрольных вопросов и практических заданий к зачету.

#### 3.2.1. База контрольных вопросов к зачету

1. Линейное уравнение в частных производных первого порядка. Характеристики. Общий метод решения.
2. Квазилинейное уравнение первого порядка. Уравнение Хопфа.
3. Существование и единственность классического решения квазилинейного уравнения.
4. Обобщённые решения квазилинейных уравнений, ударные волны, условия Ранкина-Гюгонио.
5. Линейное уравнение с частными производными второго порядка, его главная часть. Связь главной части с квадратичными формами.
6. Классификация линейных уравнений с частными производными второго порядка в точке.
7. Приведение к каноническому виду уравнений в частных производных второго порядка в двумерной области.
8. Задачи, приводящие к уравнению струны.
9. Задача Коши для уравнения струны. Её корректность и формула Даламбера.



10. Граничные условия для уравнения струны.
11. Метод Фурье для уравнения струны: алгоритм и обоснование метода для первой начально-краевой задачи. Физический смысл решения: амплитуда и частота колебаний, стоячие волны.
12. Задачи, приводящие к уравнению теплопроводности. Краевые условия.
13. Единственность решения начально-краевых задач для уравнения теплопроводности.
14. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
15. Следствия из принципа максимума для уравнения теплопроводности.
16. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Единственность решения в классе ограниченных функций в слое.
17. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его свойства.
18. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности. Интеграл Пуассона. Анализ интеграла Пуассона.
19. Постановки краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона. Пример Адамара.
20. Фундаментальное решение уравнения Лапласа, его явная форма.
21. Гармонические функции и их свойства: теорема о потоке, формулы Грина, бесконечная дифференцируемость.
22. Гармонические функции и их свойства: теоремы о среднем по сфере и по шару.
23. Гармонические функции и их свойства: принцип максимума и строгий принцип максимума.
24. Единственность решения внутренней задачи Дирихле для уравнения Лапласа и Пуассона. Непрерывная зависимость решения от исходных данных.
25. Функция Грина задачи Дирихле, её симметричность.
26. Теорема о явном виде решения задачи Дирихле. Функция Грина для шара.

### 3.2.2. База примерных практических заданий зачета

$$x \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2; \quad y = 1, z = x^2.$$

1. Найдите решение задачи Коши



2. Определите максимальный интервал времени, на который можно

$$\begin{cases} u_t + u^4 u_x = 0 \\ u|_{t=0} = \sin x \end{cases}.$$

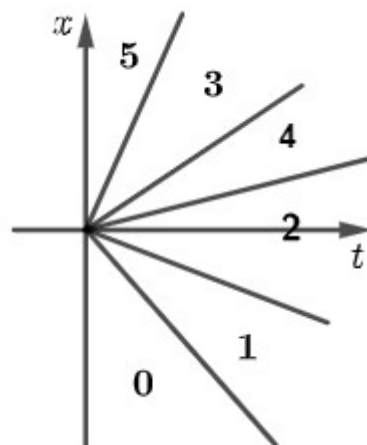
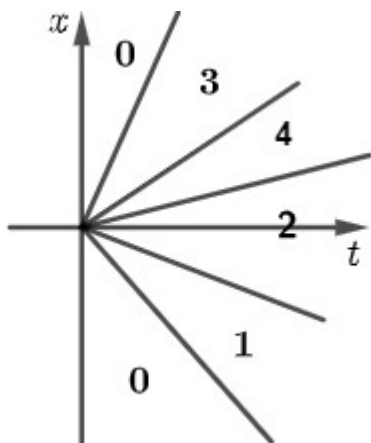
продолжить классическое решение задачи Коши

3. Придумайте какое-нибудь обобщённое решение уравнения

$$u_t + u^2 u_x = 0,$$
 используя две константы.

4. Какая из функций может являться обобщённым решением уравнения

$$u_t + uu_x = 0?$$
 Ответ обоснуйте.



5. Приведите к каноническому виду уравнение и найдите общее

$$\text{решение: } u_{xx} + 2(1 + 2x)u_{xy} + 4x(1 + x)u_{yy} + 2u_y = 0.$$

6. Решите методом разделения переменных задачу

$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u|_{t=0} = x(1 - x)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0.$$

7. Найдите функцию, гармоническую вне единичного круга с центром в

начале координат и такую, что  $u|_{r=1} = \cos \varphi$ . В качестве ответа

напишите функцию  $u(\rho, \varphi)$ .

## 4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации



Промежуточная аттестация проводится в форме зачета в два этапа. На первом этапе студент получает практическое задание из базы практических заданий (требуется выполнить решение задачи по одному из разделов дисциплины). Продолжительность – до 30 минут. На втором этапе студенту выдаётся теоретический вопрос по одному из разделов дисциплины из базы контрольных вопросов к зачету. Время выполнения – до 30 минут.

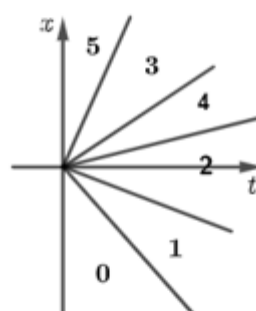
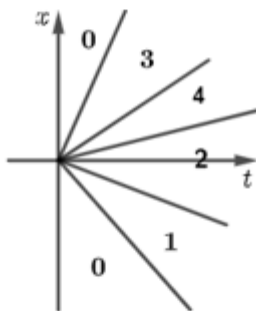
Альтернативный вариант: аттестация и критерии оценивания, согласно примерному билету

## Уравнения в частных производных. Билет для зачёта № 1

Студент \_\_\_\_\_

ФИО \_\_\_\_\_

1. Найдите решение задачи Коши  $x \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2$ ;  $y=1, z=x^2$  (0-5 баллов).
2. Определите максимальный интервал времени, на который можно продолжить классическое решение задачи Коши  $\begin{cases} u_t + u^4 u_x = 0 \\ u|_{t=0} = \sin x \end{cases}$  (0-3 баллов).
3. Придумайте какое-нибудь обобщённое решение уравнения  $u_t + u^2 u_x = 0$ , используя две константы (0-3 баллов).
4. Какая из функций может являться обобщённым решением уравнения  $u_t + u u_x = 0$ ? Ответ обоснуйте (0-3 баллов).



5. Приведите к каноническому виду уравнение и найдите общее решение:  $u_{xx} + 2(1+2x)u_{xy} + 4x(1+x)u_{yy} + 2u_y = 0$  (0-5 баллов).
6. Решите методом разделения переменных задачу (0-10 баллов)
 
$$u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 1, t > 0$$

$$u|_{t=0} = x(1-x)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0.$$

Максимум – 29 баллов. Для получения оценки «Зачтено» необходимо любым способом набрать 6 баллов.

Время выполнения – 45 минут.

Итого:

1	2	3	4	5	6



При дистанционном обучении устный опрос, в том числе защита курсовых работ, проводятся в Microsoft Teams. Практические задания и письменные ответы размещаются в системе Moodle. Тестирование осуществляется в системе Moodle.

## 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

### 4.2.1. Критерии оценивания на зачете

«Зачтено» (45-60 баллов) – выставляется, если студент в полном объеме выполнил решение предложенной задачи и ответил на теоретический вопрос, либо допустил неточности в решении (допустил вычислительные ошибки при общей правильности использования методов) и в ответе на теоретический и дополнительные вопросы. «Зачтено» соответствует критериям «отлично», «хорошо», либо «удовлетворительно» таблицы п. 4.3.

«Не зачтено» (до 45 баллов) – выставляется, если студент не смог выполнить решение практической задачи, не знает методов решения задач, не может дать ответ на теоретический вопрос. «Не зачтено» соответствует критерию «неудовлетворительно» таблицы п. 4.3.

## 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		<b>Отлично</b> Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	<b>Хорошо</b> Средний уровень освоения проверяемых компетенций	<b>Удовлетворительно</b> Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	<b>Неудовлетворительно</b> Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
УК-2	<i>Знать:</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений <i>Уметь:</i> решать задачи, связанные с уравнениями в частных производных <i>Владеть:</i>	<i>Знает:</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с уравнениями в частных производных	<i>Знает:</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений, но допускает несущественные ошибки <i>Умеет:</i> решать задачи, связанные с	<i>Знает:</i> в ограниченном объеме основные понятия теории дифференциальных уравнений <i>Умеет:</i> в ограниченном объеме решать задачи, связанные с	<i>Не знает:</i> основные понятия теории дифференциальных уравнений <i>Не умеет:</i> решать задачи, связанные с уравнениями в частных производных



	навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	<i>Владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	уравнениями в частных производных, но допускает несущественные ошибки <i>Владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных, но допускает несущественные ошибки	уравнениями в частных производных <i>Владеет:</i> в ограниченном объеме навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	<i>Не владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных
ПК-1	<i>Знать:</i> методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка <i>Уметь:</i> моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных <i>Владеть:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	<i>Знает:</i> методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка <i>Умеет:</i> моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных <i>Владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	<i>Знает:</i> методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка, но допускает несущественные ошибки <i>Умеет:</i> моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных, но допускает несущественные ошибки <i>Владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных, но допускает несущественные ошибки	<i>Знает:</i> в ограниченном объеме методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка <i>Умеет:</i> в ограниченном объеме моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных <i>Владеет:</i> в ограниченном объеме навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных	<i>Не знает:</i> методы решения уравнений в частных производных первого и второго порядка <i>Не умеет:</i> моделировать реальные процессы при помощи уравнений в частных производных <i>Не владеет:</i> навыками решения практических задач, приводящих к уравнениям в частных производных



Уровни сформированности компетенций определяются следующим образом:

1. Высокий уровень соответствует оценке “отлично” (“зачтено”), и предполагает:
  - готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
  - глубокое и правильное усвоение программного материала, последовательное, грамотное и логически стройное его изложение;
  - владение основными методами и алгоритмами решения задач;
  - умение строить математические модели, увязывать теорию с практикой, применять знания.
2. Средний уровень соответствует оценке “хорошо” (“зачтено”) и предполагает:
  - твердое знание программного материала, его изложение грамотное и по существу;
  - владение основными методами;
  - отсутствие существенных ошибок, но затруднения в выводах и доказательствах;
  - умение применять основные положения для решения задач.
3. Базовый уровень соответствует оценке “удовлетворительно” (“зачтено”), и предполагает:
  - знания только основного материала, неумение делать выводы и проводить доказательства;
  - ошибки, недостаточно правильные формулировки;
  - трудное увязывание основных положений с практикой.
4. Низкий уровень соответствует оценке “неудовлетворительно” (“не зачтено”) и предполагает:
  - незнание основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала;
  - ошибки, неумение их исправлять;
  - неумение увязать теорию с практикой.

