

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич
Должность: Ректор
Дата подписания: 09.09.2025
Уникальный программный ключ:
054c0182970293149c21699f0009940292826684



МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю) «Математическая статистика» по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» направленности (профилю) «Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем» ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 1

Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Математическая статистика

Направление подготовки (специальность)

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль)

Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Троицк, 2025 г.



Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств
2. Перечень формируемых компетенций
 - 2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной
3. Содержание оценочных средств по дисциплине
 - 3.1. Виды оценочных средств
 - 3.2. Содержание оценочных средств
4. Порядок проведения и критерии оценивания промежуточной аттестации
 - 4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации
 - 4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств
 - 4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций



1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии*

Направленность (профиль): *Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем*

Дисциплина: *Математическая статистика*

Семестр изучения: 6

Форма промежуточной аттестации: *Зачет*

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ И ЭТАПЫ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Математическая статистика» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции (по ФГОС)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности	Для достижения ОПК-1.1: знать понятия, категории и методы математической статистики; основные положения и идеи математической статистики Для достижения ОПК-1.2: уметь осуществлять выбор инструментальных средств, для обработки статистических данных в соответствии с поставленной задачей, анализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы Для достижения ОПК-1.1: владеть способностью понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности основные идеи и методы математической статистики
ПК-4.	Способность	ПК-4.1. Обладает знаниями	Знать: основы формирования



	<p>формировать упорядоченные сводные массивы статистической информации и осуществлять расчет показателей в соответствии с утвержденными методиками, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, презентаций, публикаций</p>	<p>нормативных документов, касающихся организации статистического учёта, основ экономической статистики, методов анализа показателей работы предприятия, форм первичных документов по статистическому учёту и отчётности, методики формирования входных и выходных массивов статистических данных, методики расчёта статистических показателей</p> <p>ПК-4.2. Демонстрирует умения подбирать исходные данные для осуществления расчётов, рассчитывать сводные, агрегированные и производные статистические показатели в соответствии с утверждёнными методиками, анализировать результаты расчётов, контролировать качество и согласованность полученных результатов, консультировать организации о принципах и процедурах статистической регистрации</p> <p>ПК-4.3. Имеет практический опыт (навыки) формировать корректные входные и выходные массивы статистических данных, применения методов обработки статистических данных, рассчитывать сводные, агрегированные и производные</p>	<p>сводных массивов статистической информации; расчета статистических показателей; подготовки статистических материалов для докладов, презентаций, публикаций</p> <p>Уметь: формировать упорядоченные сводные массивы данных; осуществлять расчет показателей в соответствии с утвержденными методиками, содержательно интерпретировать полученные результаты</p> <p>Владеть: навыками расчета показателей в соответствии с утвержденными методиками, содержательного интерпретирования полученных результатов, навыками готовить статистические материалы для докладов, презентаций, публикаций</p>
--	---	---	--



		статистические показатели, анализировать результаты расчётов, формировать доклады, презентации и публикации, консультировать организации о принципах и процедурах статистической регистрации.	
--	--	---	--

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Код компетенции / планируемые результаты обучения	Контролируемые темы/ разделы	Наименование оценочного средства для текущего контроля	Наименование оценочного средства на промежуточной аттестации
1.	ОПК-1 ПК-4	Основные понятия математической статистики	Индивидуальная работа на практических занятиях домашняя работа, устный опрос	Зачет Теоретический вопрос (вопросы 1-6) Практическое задание
2.	ОПК-1 ПК-4	Статистические оценки параметров распределения	Индивидуальная работа на практических занятиях домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет Теоретический вопрос (7-13) Практическое задание
3.	ОПК-1 ПК-4	Статистическое оценивание и проверка гипотез	Индивидуальная работа на практических занятиях домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет Теоретический вопрос (вопросы 14-28) Практическое задание
4.	ОПК-1 ПК-4	Элементы теории корреляции	Индивидуальная работа на практических занятиях домашняя работа,	Зачет Теоретический (вопросы 29-37) Практическое задание



			контрольная работа, устный опрос	
5.	ОПК-1 ПК-4	Линейная регрессия	Индивидуальная работа на практических занятиях домашняя работа, контрольная работа устный опрос	Зачет Теоретический вопросы (38-40) Практическое задание

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе дисциплины (модуля). Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре.

3.2 Содержание оценочных средств

3.2.1. База теоретических вопросов

1. Случайные эксперименты. Статистическая устойчивость. Статистическая структура. Статистические решения.
2. Генеральная совокупность. Выборка. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка.
3. Вариационные ряды. Статистическое распределение выборки. Полигон Гистограмма.
4. Статистические характеристики вариационных рядов. Теоретические и эмпирические (выборочные) моменты, их асимптотические свойства. Выборочная медиана.
5. Метод произведений для вычисления выборочных средней и дисперсии.
6. Сведение первоначальных вариант к равноотстоящим. Эмпирические и выравнивающие частоты. Построение нормальной кривой по опытным данным. Оценка отклонения эмпирического распределения от нормального. Асимметрия и эксцесс.
7. Понятие статистической оценки параметров распределения. Понятие точечной оценки. Задача оценки. Смещенные и несмещенные оценки. Состоятельные оценки. Эффективные оценки.
8. Доверительный интервал (интервальная оценка) и доверительная вероятность (надежность). Построение доверительного интервала с помощью центральной случайной величины и распределения точечной оценки.
9. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при известной дисперсии.



10. Доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины при неизвестной дисперсии.
11. Доверительный интервал для дисперсии нормальной распределенной случайной величины, если математическое ожидание известно.
12. Доверительный интервал для дисперсии нормальной распределенной случайной величины, если математическое ожидание неизвестно.
13. Общий подход к доверительному оцениванию. Построение доверительных интервалов на основе общего подхода.
14. Понятие статистической гипотезы. Основные этапы проверки гипотезы. Нулевая и конкурирующая гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Статистический критерий проверки нулевой гипотезы. Наблюдаемое значение критерия.
15. Критическая область. Область принятия гипотезы. Критические точки.
16. Правосторонняя, левосторонняя и двусторонняя критическая области. Отыскание левосторонней и двусторонней критических областей.
17. Мощность критерия.
18. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерий согласия Пирсона (χ^2 - квадрат). Проверка гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности.
19. Проверка гипотезы о модели закона распределения. Критерий согласия Колмогорова.
20. Критерии однородности: Стьюдента, Смирнова, Вилкоксона. Проверка гипотезы об однородности двух выборок.
21. Многомерное нормальное распределение. Распределения, связанные с нормальным: распределения χ^2 - квадрат, Стьюдента, Фишера – Снедекора.
22. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей.
23. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение исправленной выборочной дисперсии нормальной совокупности.
24. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение двух средних генеральных совокупностей, дисперсии которых известны (большие независимые выборки).
25. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей, дисперсии которых неизвестны и одинаковы (малые независимые выборки).
26. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей с неизвестными дисперсиями (зависимые выборки).



27. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение двух средних произвольно распределенных генеральных совокупностей (большие независимые выборки).
28. Гипотезы о числовых характеристиках случайных величин. Сравнение выборочной средней с гипотетической генеральной средней нормальной совокупности.
29. Виды зависимостей между количественными переменными. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Выборочные уравнения регрессии.
30. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии по несгруппированным данным.
31. Корреляционная таблица.
32. Отыскание параметров выборочного уравнения прямой линии среднеквадратичной регрессии по сгруппированным данным.
33. Линейные корреляционные связи. Измерение тесноты парной связи. Коэффициент корреляции и его свойства.
34. Выборочный коэффициент корреляции. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.
35. Интервальная оценка параметров связи. Корреляционное отношение и его свойства. Эмпирическое корреляционное отношение.
36. Ранговая корреляция. Коэффициент ранговой корреляции Спирмена. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента ранговой корреляции Спирмена.
37. Понятие о регрессионном анализе. Задачи регрессионного анализа. Линейная регрессионная модель.
38. Линейная регрессионная модель. Точечные оценки параметров регрессии. Метод наименьших квадратов.
39. Линейная регрессионная модель. Свойства оценок параметров линейной регрессии.

3.2.2. База примерных практических заданий

№ п/п	Формулировка задания												
1.	<p>При условии показательного распределения случайной величины X</p> $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{если } x \geq 0 \\ 0, & \text{если } x < 0 \end{cases}$ <p>Произведена выборка:</p> <table border="1"><tbody><tr><td>x_i</td><td>4</td><td>3</td><td>10</td><td>12</td><td>15</td></tr><tr><td>m_i</td><td>3</td><td>3</td><td>6</td><td>4</td><td>4</td></tr></tbody></table> <p>Найти методом моментов оценку параметра λ.</p>	x_i	4	3	10	12	15	m_i	3	3	6	4	4
x_i	4	3	10	12	15								
m_i	3	3	6	4	4								



2.	При условии равномерного распределения случайной величины X произведена выборка:										
	x_i	3	5	7	9	11	13	15	17	19	21
	m_i	21	16	15	26	22	14	21	22	18	25
Найти методом моментов оценку параметров a и b .											
3.	Случайная величина X (время работы элемента) имеет показательное распределение: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad (x \geq 0)$										
	Ниже приведено эмпирическое распределение среднего времени работы 200 элементов (в первой строке приведено среднее время x_i работы элемента в часах; во второй строке указана частота m_i - количество элементов, проработавших в среднем x_i часов):										
	x_i	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5				
m_i	133	45	15	4	2	1					
Найти методом моментов точечную оценку неизвестного параметра показательного распределения.											
4.	Случайная величина X распределена по показательному закону. Статистическое распределение выборки представлено в таблице:										
	x_i	5	15	25	35	45	55	65			
	m_i	365	245	150	100	70	45	25			
Найдите методом наибольшего правдоподобия точечную оценку параметра λ .											
5.	Случайная величина X распределена по закону Пуассона с неизвестным параметром λ . Статистическое распределение выборки представлено в таблице:										
	x_i	0	1	2	3	4	5	6			
	m_i	199	169	87	31	9	3	1			
Найдите методом наибольшего правдоподобия точечную оценку параметра λ .											
6.	Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5$, выборочная средняя $\bar{X} = 14$ и объем выборки $n = 25$.										
7.	По результатам испытаний 16 двигателей были определены точечные оценки среднего ресурса 3000 ч. И среднее квадратическое отклонение 45 ч. Известно, что распределение ресурса нормальное. Построить доверительный интервал для генерального среднего с доверительной вероятностью 0,95.										
8.	Из нормальной генеральной совокупности с известным средним квадратическим отклонением $\sigma = 40$ извлечена выборка объема $n = 64$ и по ней найдена выборочная средняя $\bar{X} = 136,5$. Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: a = a_0 = 130$ при конкурирующей гипотезе $H_1: a \neq 130$.										
9.	Составлена случайная выборка из 64 покупателей, которые интересовались товаром А. Из них товар А купили 16 человек. Поставщик утверждает, что данный товар должен привлечь в среднем $\bar{X} = 21$ человек, а среднее квадратическое отклонение σ_x равно одному человеку. Проверить нулевую гипотезу $H_0: a = a_0 = 21$ при										



	конкурирующей гипотезе $H_1: a > 21$, при 5% - м уровне значимости.																																			
10.	Поставщик двигателей утверждает, что срок их службы равен 800 ч. Для выборки из 17 двигателей средний срок службы оказался равным 865 ч при выборочном (исправленном) среднем квадратичном отклонении 120 ч. Проверить нулевую гипотезу при уровне значимости 1%.																																			
11.	<p>Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера значимо не превышает 0,2. Исправленная выборочная дисперсия, найденная по выборке объема $n = 121$, оказалась равной $S_x^2 = 0,3$</p> <p>Требуется при уровне значимости 0,01 проверить нулевую гипотезу $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0,2$ при конкурирующей гипотезе $H_1: \sigma^2 > 0,2$. Можно ли принять партию при уровне значимости 0,01?</p>																																			
12.	Из 100 выстрелов по цели каждым из двух орудий зарегистрировано соответственно $m_1 = 12$ и $m_2 = 8$ промахов. При уровне значимости 0,05 проверить нулевую гипотезу $H_0: p_1 = p_2 = p$ о равенстве вероятностей промаха обоих орудий при конкурирующей гипотезе $H_1: p_1 \neq p_2$.																																			
13.	Используя критерий Пирсона, при уровне значимости 0,05 проверить, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X с эмпирическим распределением выборки объема $n = 200$:																																			
	x_i	0,3	0,5	0,7	0,9	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,3																								
	m_i	6	9	26	25	30	26	21	24	20	8	5																								
14.	<p>Результаты исследований удоя 100 коров на молочной ферме за лактационный период (в ц) (случайная величина X) представлены в виде сгруппированного статистического ряда:</p> <table border="1"> <tr> <td>x_i</td> <td>4-6</td> <td>6-8</td> <td>8-10</td> <td>10-12</td> <td>12-14</td> <td>14-16</td> <td>16-18</td> <td>18-20</td> <td>20-22</td> <td>22-24</td> <td>24-26</td> </tr> <tr> <td>m_i</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>6</td> <td>11</td> <td>15</td> <td>20</td> <td>14</td> <td>12</td> <td>10</td> <td>6</td> <td></td> </tr> </table> <p>Требуется проверить нулевую гипотезу о нормальном законе распределения удоя коров. Уровень значимости принять $\alpha = 0,05$.</p>												x_i	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26	m_i	1	3	6	11	15	20	14	12	10	6	
x_i	4-6	6-8	8-10	10-12	12-14	14-16	16-18	18-20	20-22	22-24	24-26																									
m_i	1	3	6	11	15	20	14	12	10	6																										
15.	<p>Масса (в граммах) произвольно выбранных 30 пачек полуфабриката «Геркулес» такова: 503, 509, 495, 493, 489, 485, 507, 511, 487, 495, 506, 504, 507, 511, 499, 491, 494, 518, 506, 515, 487, 509, 507, 488, 495, 490, 498, 497, 492, 495.</p> <p>Можно ли при уровне значимости $\alpha = 0,05$ утверждать, что случайная величина X – масса пачки – подчинена нормальному закону распределения?</p>																																			
16.	Имеются следующие ряды оценок по тестам чтения и арифметики:																																			
	Чтение	43	58	45	53	37	58	55	61	46	64	46	62	60	56																					



	Арифметика	32	25	28	30	22	25	22	20	20	30	21	28	34	28
	Вычислите коэффициент корреляции.														
17.	В результате независимых испытаний получены пары значений случайных величин X и Y :														
	x_i	10	20	25	28	30									
	y_i	4	8	7	12	14									
	Найти выборочное уравнение линейной регрессии и выборочный коэффициент корреляции.														

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Зачет проводится традиционно, студент готовится по билету, содержащему один теоретический вопрос и одно практических задания. Продолжительность 30 - 40 минут.

Для допуска на зачет по дисциплине студент должен набрать 20-40 баллов по текущей успеваемости. Зачет проводится в форме контрольной работы, максимальное количество 20 баллов.

При дистанционном обучении устный опрос, в том числе защита курсовых работ, реализуется в Microsoft Teams, практические задания и письменные ответы размещаются в Moodle, ответы должны сданы также в Moodle, тестирование осуществляется также в Moodle.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств.

4.2.1 Критерии оценивания теоретического вопроса

Максимальный балл за ответ на теоретический вопрос — 10 баллов.

Зачтено 9-10 баллов	Зачтено 7-8 баллов	Зачтено 5-6 баллов	незачтено 0-4 балла
Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	Средний уровень освоения проверяемых компетенций	Базовый уровень освоения проверяемых компетенций	Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
Обучающийся отлично знает	Обучающийся хорошо знает	Обучающийся знаком с материалом, владеет	Обучающийся не знает основных положений



материал, умеет аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся практически не допускает ошибок.	материал, умеет аргументировано изложить свою точку зрения. Обучающийся допускает незначительные ошибки.	достаточным для высказывания лексическим запасом. Однако обучающийся допускает значительные ошибки.	вопроса, не ориентируется в основных понятиях, излагает материал с трудом, с грубыми фактическими ошибками, либо отказывается от ответов на вопросы.
--	--	---	--

4.2.2 Критерии оценивания практического задания

Максимальный балл за практическое задание — 10 баллов

Зачтено	Зачтено	Зачтено	Зачтено	Незачтено
Баллы	9-10 баллов	7-8 баллов	5-6 баллов	0-4 баллов
Уровень освоения проверяемых компетенций	высокий	средний	базовый	недостаточный

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

При подведении итогов учитываются результаты текущей аттестации. Полученные за текущую аттестацию баллы суммируются с баллами, полученными за каждый этап при прохождении промежуточной аттестации:

«Зачтено» – выставляется, если решение предложенных задач выполнено студентом на достаточное число баллов (20 баллов), студент не имеет пропусков, задолженности по текущей успеваемости и набрал 20-40 баллов в течение семестра.

Студенты, не набравшие достаточного количества баллов в течение семестра и на зачетной работе и имеющие пропуски занятий, сдают зачет повторно в форме беседы.

«Не зачтено» – выставляется студентам, не сдавшим зачет в форме беседы.

Особенности проведения процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья обозначены в рабочей программе дисциплины.



Уровни сформированности компетенций определяется следующим образом:

1. Высокий уровень сформированности компетенций соответствует оценке отлично, предполагает формирование компетенций на высоком уровне, готовность к самостоятельной профессиональной деятельности:
 - глубоко и правильно усвоил программный материал, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает;
 - владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач;
 - уметь строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.
2. Средний уровень соответствует оценке хорошо, предполагает формирование компетенций на достаточном уровне:
 - он твердо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает;
 - владеет основными математическими методами;
 - не допускает существенных ошибок, но и испытывает затруднения в выводах и доказательствах;
 - умеет применять основные положения и формулы для решения задач.
3. Базовый уровень соответствует оценке удовлетворительно, предполагает формирование компетенций на начальном уровне:
 - имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств;
 - допускает ошибки, недостаточно правильные формулировки;
 - с трудом увязывает основные положения с практикой
4. Недостаточный уровень соответствует оценке неудовлетворительно.
 - не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала;
 - допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять;
 - не может увязать теорию с практикой.

