Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)

Теория меры и интеграла Лебега

Направление подготовки (специальность)
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль)
Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем

Присваиваемая квалификация (степень)
бакалавр

Форма обучения
очная

Троицк, 2025 г.

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Направление подготовки: *02.03.02* «*Фундаментальная информатика и информационные технологии*»
Направленность (профиль): *Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем*
Дисциплина: *Теория меры и интеграла Лебега*
Семестр изучения: *5*
Форма промежуточной аттестации: *зачет*
Для оценивания результатов используется балльно-рейтинговая система

2. ПЕРЕЧЕНЬ ФОРМИРУЕМЫХ КОМПЕТЕНЦИЙ

2.1. Компетенции, закреплённые за дисциплиной

Изучение дисциплины «Теория меры и интеграла Лебега» направлено на формирование следующих компетенций:

Коды компетенции согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Содержание компетенций согласно ФГОС (ОПОП ВО)	Индикаторы достижения компетенции согласно ОПОП	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
1	2	3	4
УК-2	Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений	УК-2.1. Демонстрирует знание теоретических основ принятия решений в сфере управления проектами. УК-2.2. Выявляет и анализирует различные способы решения задач в рамках цели проекта и аргументирует их выбор. УК-2.3. Демонстрирует способность проектировать решение конкретной задачи проекта, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из действующих правовых норм и	Знать: теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия (для достижения УК-2.1) Уметь: анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла (для достижения УК-2.2) Владеть: способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений (для достижения УК-2.3)

		имеющихся ресурсов и ограничений	
ПК-1	Способность проводить под научным руководством локальные научно-исследовательские и опытно-конструкторские разработки на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности	ПК-1.1. Обладает знаниями о методологии и этапах выполнения научно-исследовательской работы; о методах решения научных задач; о методике подготовки отчета, в том числе выпускной квалификационной работы; ПК-1.2. Демонстрирует умения: обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию и результаты исследований; выполнять под научным руководством научно-исследовательскую или опытно-конструкторскую разработку в конкретной области профессиональной деятельности ПК-1.3. Имеет практический опыт (навыки): научной аргументации при анализе объекта научной и профессиональной деятельности; подготовки научных обзоров, публикаций, рефератов и библиографий по тематике проводимых исследований.	Знать: методы решения задач, связанных с понятием меры (для достижения ПК-1.1) Уметь: обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры (для достижения ПК-1.2) Владеть: навыками подготовки публикаций по теории меры (для достижения ПК-1.3)

3. СОДЕРЖАНИЕ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1 Виды оценочных средств

№ п/п	Контролируемые темы/ разделы	Код компетенции/ планируемые результаты обучения	Наименование оценочного средства для	Наименование оценочного средства на промежуточной

			текущего контроля	аттестации
1	Мера Лебега	УК-2, ПК-1 (знания, умения, навыки)	Домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет: Устный опрос (вопросы 1-14) Практическое задание
2	Интеграл Лебега	УК-2, ПК-1 (знания, умения, навыки)	Домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет: Устный опрос (вопросы 15-32) Практическое задание
3	Классы функций	УК-2, ПК-1 (знания, умения, навыки)	Домашняя работа, контрольная работа, устный опрос	Зачет: Устный опрос (вопросы 33-38) Практическое задание

Типовые задания, критерии и показатели оценивания в рамках текущего контроля представлены в рабочей программе по дисциплине. Полные комплекты оценочных средств и контрольно-измерительных материалов хранятся на кафедре и являются учебно-методическими материалами ограниченного (конфиденциального) пользования.

3.2 Содержание оценочных средств

Оценочные средства для промежуточной аттестации представлены базой контрольных вопросов и практических заданий к зачету.

3.2.1. База контрольных вопросов к зачету

1. Эквивалентные множества. Мощность множества. Равные мощности, множество меньшей (меньшей, либо равной мощности). Счетная мощность и счетные множества. Первая теорема о счетном подмножестве и следствия из нее.
2. Теорема Кантора. Мощность континуума. Теорема об объединении множеств. Следствия из нее. Вторая теорема о счетном подмножестве.
3. Теорема о декартовом произведении. Теорема о мощности объединения и разности и следствия из нее. Теорема о двоичных последовательностях. Канторово множество.
4. Полукольцо множеств. Примеры полуколец. Кольцо множеств. Простейшие свойства колец. Алгебры множеств. Пересечение колец и алгебр.

5. Леммы о дополнении и представлении полуколец. Продолжение полукольца на минимальное кольцо. Сигма- и дельта-кольца и алгебры, связь между ними.

6. Мера на полукольце. Простейшие свойства меры.

7. Продолжение меры на кольцо, его сигма-аддитивность, сигма-полуаддитивность и их эквивалентность.

8. Классическая мера на отрезке и в n-мерном евклидовом пространстве.

9. Непрерывность меры сверху и снизу, связь с сигма-аддитивностью.

10. Внешняя мера Лебега, утверждение о внешней мере на кольце, сигма-полуаддитивность внешней меры и следствие о приближениях.

11. Измеримые по Лебегу множества, теорема об алгебре измеримых подмножеств, аддитивность внешней меры.

12. Мера Лебега, теорема о сигма-алгебре измеримых множеств, сигма-аддитивность меры Лебега.

13. Сигма-конечная мера, измеримость в сигма-конечном смысле, корректность определения, теорема о сигма-алгебре измеримых множеств, сигма-аддитивность сигма-конечной меры.

14. Полнота меры Лебега, структура измеримых множеств в действительном n-мерном евклидовом пространстве.

15. Измеримое пространство, измеримая функция, эквивалентные определения измеримости и их следствия. Измеримость характеристической функции множества.

16. Измеримость непрерывной функции, измеримость композиции функций, измеримость множеств сравнения функций, измеримость эквивалентных функций.

17. Измеримость арифметических операций.

18. Операции с бесконечным числом измеримых функций.

19. Сходимость по мере и почти всюду. Свойства сходимости по мере и сходимости почти всюду.

20. Теоремы Лебега, Рисса и Егорова. Теорема об аппроксимации.

21. Простые функции, операции с ними. Интеграл от простой функции и корректность его определения. Линейность интеграла.

22. Интегрирование неравенств с простыми функциями, интегрируемость модуля, аддитивность интеграла, теорема о пределе интегралов от простых функций.

23. Интеграл от неотрицательной измеримой функции. Интеграл от произвольной измеримой функции, корректность определения,

интегрируемость по подмножеству, предельный переход под знаком интеграла.

24. Свойства интеграла от неотрицательной функции. Свойства интеграла от измеримой функции.

25. Линейность интеграла от измеримой функции.

26. Интегрирование модуля и неравенств, интегрировании функций со счётным множеством значений.

27. Теорема Б.Леви о монотонной сходимости.

28. Теоремы Фату и Лебега.

29. Счётная аддитивность интеграла Лебега. Неравенство Чебышёва и его следствия. Абсолютная непрерывность интеграла Лебега.

30. Теорема о связи интегралов Римана и Лебега. Теорема о связи интеграла Лебега и несобственного интеграла Римана.

31. Прямое произведение полуколец и мер. Сигма-аддитивность прямого произведения. Теорема об объёме множества.

32. Теоремы Фубини.

33. Абсолютно непрерывные функции, их связь с непрерывностью, абсолютная непрерывность арифметических операций, связь абсолютной непрерывности с модулем.

34. Эквивалентное определение абсолютной непрерывности, абсолютная непрерывность интеграла с переменным верхним пределом, достаточные условия абсолютной непрерывности.

35. Абсолютная непрерывность композиции функций, представление абсолютно непрерывных функций интегралами, замена переменной и интегрирование по частям в интеграле Лебега.

36. Функции ограниченной вариации и их простейшие свойства. Связь с монотонностью.

37. Операции с функциями ограниченной вариации. Достаточные условия для функций ограниченной вариации, вариация композиции.

38. Связь функций ограниченной вариации с непрерывными функциями. Связь дифференцируемых и монотонных функций, теорема Хелли.

3.2.2. База практических заданий зачета

Задания к первой лекции

1. Доказать, что множество алгебраических чисел счётно.

Указание: выяснить, сколько всего существует многочленов с целыми коэффициентами, сколько у каждого многочлена может быть корней.

2. Доказать, что трансцендентные числа существуют.

Указание: предположить, что все числа -- алгебраические.

Задания ко второй лекции

Проверить справедливость следующих тождеств теории множеств:

1. $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$
2. $A \cup B = (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$
3. $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$
4. $A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$
5. $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$
6. $(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$
7. $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C)$
8. $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$
9. $(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$

Задания к третьей лекции

1. Доказать, что пересечение произвольного семейства алгебр с одной и той же единицей является алгеброй с этой же единицей.

2. Доказать, что δ-кольцо необязательно является σ-кольцом.

Указание: рассмотреть систему всех ограниченных подмножеств числовой прямой и множества $A_n = [n, n+1)$.

Задания к четвёртой лекции

1. Пусть R -- кольцо и $\nu(A \cap B) < +\infty$. Доказать, что $\nu(A \cup B) = \nu(A) + \nu(B) - \nu(A \cap B)$.

2. На примере системы $A_n = [n, +\infty)$, $n \in \mathbb{N}$ доказать, что условие $\nu(A_1) < +\infty$ теоремы о связи σ-аддитивности и непрерывности сверху отбросить нельзя.

Задания к пятой и шестой лекциям

1. Доказать, что, если $\mu^*(A) = 0$, то $A \in M$.

2. Пользуясь задачей 1, доказать, что мера Лебега полна.

3. Доказать, что система $S \cap A_n$ (см. определение $\sigma-$конечной меры) является полукольцом с единицей A_n.

4. Доказать, что мера Лебега счётного множества точек в $\mathbb{R}^n$ равна нулю.

Указание: покрыть каждую точку a_i счётного множества параллелепипедом объемом $\frac{\varepsilon}{2^i}$.

5. Чему равна мера Лебега множества рациональных точек числовой прямой $\mathbb{R}$?

Задания к седьмой лекции

1. Пусть $X = \bigsqcup_{k=1}^{n} X_k$, $f : X \to \mathbb{R}$. Тогда f называется ступенчатой функцией, если $\forall x \in X_k$ $f(x) = c_k \in \mathbb{R}$. Доказать, что ступенчатая функция измерима тогда и только тогда, когда измеримо каждое множество X_k.

2. Доказать, что, если f, g измеримы, то $\max(f, g)$, $\min(f, g)$ и $|f|$ – измеримы.

3. Привести пример не измеримой функции f, для которой f^2 измерима.

Указание: учесть, что на отрезке $[0,1]$ имеется неизмеримое подмножество.

4. Пусть $A_1 \subset A$, f измерима на A. Доказать, что f измерима на A_1.

5. Доказать, что, если f измерима на A_i, $i \in \mathbb{N}$, то f измерима на $A = \bigcup_i A_i$.

6. Доказать, что, если f измерима, то $f^+ = \begin{cases} f, f \geq 0 \\ 0, f < 0 \end{cases}$ и $f^- = \begin{cases} 0, f > 0 \\ -f, f \leq 0 \end{cases}$ измеримы.

Задания к восьмой лекции

1. На примере последовательности $f_n(x) = x + \frac{1}{n}$, $x \in \mathbb{R}$ показать, что без условия $\mu(A) < +\infty$ утверждения пунктов 5 и 8 теоремы о свойствах сходимости по мере не верны (в п. 8 взять дополнительно $g_n(x) = g(x) = x$).

2. На примере последовательности $f_n(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x \in (0,n) \\ \frac{2}{x} & x \in [n,+\infty) \end{cases}$, $x > 0$ показать, что без условия $\mu(A) < +\infty$ утверждение пункта 7 теоремы о свойствах сходимости по мере не верны.

3. (Пример Рисса) Пусть $\varphi_{nk}(x) = \chi_{[\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}]}(x)$, $x \in [0,1]$, $n = 0,1,2,\ldots$, $k = 0,1,2,\ldots,2^n - 1$ и $f_m(x) = \varphi_{nk}(x)$, где $m = 2^n + k$ (сперва берётся значение n, затем по нему перебираются допустимые k). Доказать, что f_m сходится по мере к нулю, но при этом не сходится к нулю ни в одной точке.

4. Пусть $\forall n \in \mathbb{N}$ $f_n(x) \geq 0$ и $f_n \xrightarrow{\mu} f$. Доказать, что $f \geq 0$ почти всюду.

5. На примере последовательности $f_n(x) = \chi_{[-n,n]}(x)$, $x \in \mathbb{R}$ показать, что без условия $\mu(A) < +\infty$ теоремы Лебега и Егорова не верны.

Задания к девятой лекции

1. Доказать, что, если $f(x)$ и $g(x)$ -- простые функции на множестве A и $f(x) \geq g(x)$ на A, то $\int\limits_A f(x)d\mu \geq \int\limits_A g(x)d\mu$.

2. Доказать, что, если $f(x)$ -- простая функция на множестве A, $\mu(A) < +\infty$ и $c_1 \leq f(x) \leq c_2$ на A, то $c_1\mu(A) \leq \int\limits_A f(x)d\mu \leq c_2\mu(A)$.

3. Используя определение интеграла от неотрицательной измеримой функции доказать, что $\int\limits_{(0,1)} \frac{1}{x^2}d\mu = +\infty$.

Указание: рассмотреть $f_n(x) = n^2\chi_{(0,\frac{1}{n})}(x)$.

4. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{[-3,3]} \operatorname{sign}\cos \pi x d\mu$.

5. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{x^2 \leq y \leq 4} \sqrt{[y - x^2]}d\mu$.

Задания к десятой лекции

1. Доказать, что, если $f(x) \in L(A)$, $g(x) \in L(A)$ и $f(x) \geq g(x)$ на A, то $\int\limits_A f(x)d\mu \geq \int\limits_A g(x)d\mu$.

2. Доказать, что, если $f(x)$ -- измеримая функция на множестве A, $\mu(A) < +\infty$ и $|f(x)| \leq c$ на A, то $f(x) \in L(A)$ и $\left|\int\limits_A f(x)d\mu\right| \leq c\mu(A)$.

3. Доказать, что, если $f_n(x)$ -- неотрицательные интегрируемые на множестве A функции, причём ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \int\limits_A f_n(x)d\mu$ сходится, то почти всюду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} f_n(x) = f(x)$, причём $f(x) \in L(A)$ и $\int\limits_A f(x)d\mu = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \int\limits_A f_n(x)d\mu$

4. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{(0,1]} \operatorname{sign}\sin \frac{\pi}{x}d\mu$.

Задания к 11 лекции

1. Объяснить, почему к последовательности $f_n(x) = n\chi_{(0,\frac{1}{n})}(x),\ n \in \mathbb{N}$ на отрезке $[0,1]$ теорема Лебега не применима.

2. Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_0^1 e^{-nx^2} dx$.

3. Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_0^1 e^{-\frac{x^2}{n}} dx$.

4. Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dfrac{\sin^n x}{1+x^2} dx$.

5. Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_0^{\pi} e^{-\cos^n x} dx$.

6. Вычислить предел $\lim\limits_{n\to\infty} \int\limits_0^{\infty} n\left(e^{-\frac{x}{n}} - 1\right) \dfrac{dx}{1+x^4}$.

Задания к 12 лекции

1. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{[0,1]} f(x)d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} \ln x & x \in (\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}) \cap (\frac{1}{3}, +\infty) \\ x^2 & x \in (\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}) \cap (0, \frac{1}{3}) \\ 0 & x \in \mathbb{Q} \end{cases}$.

2. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{[0,1]} f(x)d\mu$, если $f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{\sqrt{x}} & x \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q} \\ \dfrac{1}{x-1} & x \in \mathbb{Q} \end{cases}$.

3. Вычислить интеграл Лебега $\int\limits_{(1,2)} \dfrac{d\mu}{\sqrt[3]{x-1}}$.

4. Пусть $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^{\alpha} \sin x^{\beta}$ при $x \in [1, \infty)$. При каких значениях α, β функция $f(x)$ интегрируема в несобственном смысле по Риману; интегрируема по Лебегу?

Задания к 13 и 14 лекциям

1. Доказать, что функция $f(x,y)$ является измеримой на $\mathbb{R}^2$:

а) $f(x,y) = \sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{n[xy]}{1+n^3[x^2+y^2]}$

б) $f(x,y) = \operatorname{sign} \sin \pi(x^2+y^2)$

2. Доказать, что для функции $f(x,y) = e^{-xy} \sin x \sin y$ на множестве $(0, +\infty)^2$ существуют оба повторных интеграла. Существует ли двойной интеграл?

3. Доказать, что для функции $f(x,y) = \dfrac{x^2-y^2}{(x^2+y^2)^2}$ на множестве $(0,1)^2$ существуют оба повторных интеграла, но они не совпадают.

Задания к 15 и 16 лекциям

1. Доказать, что функция $f(x) = \begin{cases} x \sin \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ непрерывна, но не абсолютно непрерывна на отрезке $[0,1]$.

2. Пусть $f(x) \in AC[a,b]$ и $f'(x) = 0$ почти всюду на $[a,b]$. Доказать, что $f(x) \equiv \mathrm{const}$ на $[a,b]$.

3. Пусть $f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \dfrac{1}{x^2} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$. Показать, что эта функция всюду на отрезке $[0,1]$ имеет конечную производную, но $f'(x) \notin L[0,1]$. Сделать вывод об абсолютной непрерывности $f(x)$.

4. Доказать формулу интегрирования по частям (использовать п.2 теоремы о представлении абсолютно непрерывных функций интегралами).

5. Представить в виде разности монотонно неубывающих функций:

а) $f(x) = x^4$ на $[-1, 1]$,

б) $f(x) = |\cos x|$ на $[0, 2\pi]$.

6. Найти полную вариацию функции $f(x) = \sin x$ на отрезке $[0, 2\pi]$.

7. Доказать, что функция $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \dfrac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ имеет ограниченную вариацию на отрезке $[0,1]$.

Задания к 17 и 18 лекциям

1. Пусть $f(x) \in V[a,b]$. Доказать, что почти всюду на (a,b) существует конечная производная $f'(x) \in L(a,b)$.

2. Пусть $f(x)$ непрерывна на $[a,b]$ и дифференцируема на $[a,b]$ за исключением, быть может, конечного числа точек, причём $f'(x)$ интегрируема по Риману на $[a,b]$. Доказать, что $V_a^b(f) = \int\limits_a^b |f'(x)|dx$.

4. ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.1. Порядок проведения промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета в два этапа. На первом этапе студент получает практическое задание из базы практических заданий (требуется выполнить решение задачи по одному из разделов дисциплины). Продолжительность – до 30 минут. На втором этапе студенту выдаётся теоретический вопрос по одному из разделов дисциплины из базы контрольных вопросов к зачету. Время выполнения – до 30 минут.

При дистанционном обучении устный опрос, в том числе защита курсовых работ, проводятся в Microsoft Teams. Практические задания и письменные ответы размещаются в системе Moodle. Тестирование осуществляется в системе Moodle.

4.2. Критерии оценивания промежуточной аттестации по видам оценочных средств

4.2.1. Критерии оценивания на зачете

«Зачтено» (45-60 баллов) – выставляется, если студент в полном объеме выполнил решение предложенной задачи и ответил на теоретический вопрос, либо допустил неточности в решении (допустил вычислительные ошибки при общей правильности использования методов) и в ответе на теоретический и дополнительные вопросы. «Зачтено» соответствует критериям «отлично», «хорошо», либо «удовлетворительно» таблицы п. 4.3.

«Не зачтено» (до 45 баллов) – выставляется, если студент не смог выполнить решение практической задачи, не знает методов решения задач, не может дать ответ на теоретический вопрос. «Не зачтено» соответствует критерию «неудовлетворительно» таблицы п. 4.3.

4.3. Результаты промежуточной аттестации и уровни сформированности компетенций

Код компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине	Критерии оценивания			
		Отлично Высокий уровень освоения проверяемых компетенций	**Хорошо** Средний уровень освоения проверяемых компетенций	**Удовлетворительно** Базовый уровень уровень освоения проверяемых компетенций	**Неудовлетворительно** Недостаточный уровень освоения проверяемых компетенций
УК-2	*Знать:* теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия *Уметь:* анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла *Владеть:* способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений	*Знает:* теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия *Умеет:* анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла *Владеет:* способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений	*Знает:* теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия, но допускает несущественные ошибки *Умеет:* анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла, но допускает несущественные ошибки *Владеет:* способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения,	*Знает:* в ограниченном объеме теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия *Умеет:* в ограниченном объеме анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла *Владеет:* в ограниченном объеме способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и	*Не знает:* теоретические основы дисциплины, основные методы, теоремы и понятия *Не умеет:* анализировать различные способы решения задач в рамках теории меры и интеграла *Не владеет:* способностью проектировать решение конкретной задачи теории меры и интеграла, выбирая оптимальный способ ее решения, исходя из имеющихся ресурсов и ограничений

			исходя из имеющихся ресурсов и ограничений, но допускает несущественные ошибки	ограничений	
ПК-1	*Знать:* методы решения задач, связанных с понятием меры *Уметь:* обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры *Владеть:* навыками подготовки публикаций по теории меры	*Знает:* методы решения задач, связанных с понятием меры *Умеет:* обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры *Владеет:* навыками подготовки публикаций по теории меры	*Знает:* методы решения задач, связанных с понятием меры, но допускает несущественные ошибки *Умеет:* обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры, но допускает несущественные ошибки *Владеет:* навыками подготовки публикаций по теории меры, но допускает несущественные ошибки	*Знает:* в ограниченном объеме методы решения задач, связанных с понятием меры *Умеет:* в ограниченном объеме обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры *Владеет:* в ограниченном объеме навыками подготовки публикаций по теории меры	*Не знает:* методы решения задач, связанных с понятием меры *Не умеет:* обрабатывать и анализировать научно-техническую информацию по теории меры *Не владеет:* навыками подготовки публикаций по теории меры

Уровни сформированности компетенций определяются следующим образом:

1. Высокий уровень соответствует оценке “отлично” (“зачтено”), и предполагает:

- готовность к самостоятельной профессиональной деятельности;
- глубокое и правильное усвоение программного материала, последовательное, грамотное и логически стройное его изложение;
- владение основными методами и алгоритмами решения задач;
- умение строить математические модели, увязывать теорию с практикой, применять знания.

2. Средний уровень соответствует оценке “хорошо” (“зачтено”) и предполагает:
   - твердое знание программного материала, его изложение грамотное и по существу;
   - владение основными методами;
   - отсутствие существенных ошибок, но затруднения в выводах и доказательствах;
   - умение применять основные положения для решения задач.
3. Базовый уровень соответствует оценке “удовлетворительно” (“зачтено”), и предполагает:
   - знания только основного материала, неумение делать выводы и проводить доказательства;
   - ошибки, недостаточно правильные формулировки;
   - трудное увязывание основных положений с практикой.
4. Низкий уровень соответствует оценке “неудовлетворительно” (“не зачтено”) и предполагает:
   - незнание основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала;
   - ошибки, неумение их исправлять;
   - неумение увязать теорию с практикой.

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии,

Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем, Теория меры и интеграла Лебега, 2025 год набора, очная

Фонд оценочных средств дисциплины (модуля) одобрен и рекомендован:

Проректор по учебной работе	утверждено 24.02.25	А.А. Саламатов

Ученым советом Троицкого филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"

Протокол заседания № 6 от 21.02.2025

Председатель Ученого совета Троицкого филиала ФГБОУ ВО "ЧелГУ"	согласовано	Л.А. Захарова

Заседанием кафедры гуманитарных и естественно-научных дисциплин

Протокол заседания № 6 от 20.02.2025

Заведующий кафедрой	согласовано	И.В.Черетских
Автор (составитель)		С.М.Серебрянский

Структура рабочей программы соответствует приказу ректора ФГБОУ ВО «ЧелГУ» от «13» апреля 2021 г. № 247-1