

Документ подписан простой электронной подписью Информация о владельце: ФИО: Таскаев Сергей Валерьевич Должность: Ректор	МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИИ Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Челябинский государственный университет» (ФГБОУ ВО «ЧелГУ»)	
Дата подписания: 11.07.2025 06:10:58 Уникальный программный код: 054c0182970391149c3169960009940792896664	Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профиль) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»	стр. 1

## Рабочая программа дисциплины (модуля)\*

Дифференциальные и разностные уравнения

Направление подготовки (специальность)

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

Направленность (профиль)

Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем

Присваиваемая квалификация (степень)

бакалавр

Форма обучения

очная

Год(ы) набора

\*Рабочая программа дисциплины (модуля) адаптирована для инклюзивного обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Челябинск 2025 г.



## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре ОПОП
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины (модуля)
4. Объем дисциплины (модуля)
5. Структура и содержание дисциплины (модуля)
6. Фонд оценочных средств
  - 6.1. Перечень видов оценочных средств
  - 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации
  - 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации
  - 6.4. Критерии оценивания
7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)
  - 7.1. Рекомендуемая литература
  - 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"
  - 7.3. Перечень информационных технологий
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Специальные условия освоения дисциплины обучающимися с инвалидностью и ограниченными возможностями здоровья



### 1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель преподавания дисциплины «Дифференциальные и разностные уравнения» состоит в приобретении студентами теоретических знаний и компетенций по теории дифференциальных и разностных уравнений, использовании их для решения прикладных задач

Результаты обучения по дисциплине направлены на достижение следующих индикаторов:

ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук

ОПК-1.2. Демонстрирует умения решать типовые задачи, формулируемые в рамках математических и (или) естественных наук

ОПК-1.3. Имеет навыки использования основных понятий, теорем, законов математики и (или) естественных наук для решения задач профессиональной деятельности

### 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Цикл (раздел) ОПОП: Б1.О.09

#### 2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:

Математический анализ

Алгебра

Геометрия

#### 2.2 Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:

Научно-исследовательская работа

Физика

Технологическая (проектно-технологическая) практика

Вариационное исчисление

Вычислительные методы

Моделирование информационных процессов

Преддипломная практика

### 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности**

#### Знать:

Для достижения ОПК-1.1.: основные положения теории дифференциальных и разностных уравнений, основные методы решения дифференциальных и разностных уравнений

#### Уметь:

Для достижения ОПК-1.2.: описывать при помощи дифференциальных уравнений модели простейших реальных явлений; правильно соотносить содержание конкретных задач с общими положениями теории дифференциальных и разностных уравнений; применять методы теории дифференциальных и разностных уравнений для решения теоретических и практических задач

#### Владеть:

Для достижения ОПК-1.3.: навыками решения дифференциальных и разностных уравнений; использования математического аппарата теории дифференциальных и разностных уравнений в исследовательской и прикладной деятельности

**В результате освоения дисциплины обучающийся должен**

**3.1 Знать:**

3.1.1 основные положения теории дифференциальных и разностных уравнений, основные методы решения дифференциальных и разностных уравнений

**3.2 Уметь:**



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 4

3.2.1 описывать при помощи дифференциальных уравнений модели простейших реальных явлений; правильно соотносить содержание конкретных задач с общими положениями теории дифференциальных и разностных уравнений; применять методы теории дифференциальных и разностных уравнений для решения теоретических и практических задач

**3.3 Владеть:**

3.3.1 владеть навыками решения дифференциальных и разностных уравнений; использования математического аппарата теории дифференциальных и разностных уравнений в исследовательской и прикладной деятельности

**4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Общая трудоемкость	<b>4 ЗЕТ</b>
Часов по учебному плану : 144	Виды контроля в семестрах:  экзамены 4
в том числе :	
аудиторные занятия : 68	
самостоятельная работа : 38	
часов на контроль : 27	
контактная работа: 79	
ИКР: 11	

**5. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Литература
<b>Раздел 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения</b>				
1.1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Уравнения первого порядка и методы его решения. Уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.2	Линейные уравнения 1-го порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.3	Уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши. Однородные уравнения и сводящиеся к ним. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.4	Линейные уравнения 1-го по-рядка Уравнения Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.5	Контрольная работа №1 "Дифференциальные уравнения первого порядка" /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
1.6	Дифференциальные уравнения первого порядка и методы их решения /Ср/	4	1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 2. Линейные уравнения и системы</b>				
2.1	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 5
2.2	Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.3	Линейные однородные и неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Линейные системы с переменными коэффициентами. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.4	Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Задача Коши. Метод вариации постоянных. Уравнения с комплексными коэффициентами. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.5	Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами. Случай действительных корней. Случай комплексных корней. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.6	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.7	Линейные неоднородные системы с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.8	Линейная зависимость. Определитель Вронского. Составление линейных уравнений с непрерывными коэффициентами по фундаментальной системе решений. Теорема существования и единственности. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.9	Решение линейных однородных уравнений с непрерывными коэффициентами. Поиск частного решения. Формула Лиувилля. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.10	Контрольная работа №2 «Линейные уравнения и системы с постоянными коэффициентами» /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
2.11	Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами /Ср/	4	8	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 3. Уравнения, не разрешенные относительно производной</b>				
3.1	Уравнения, неразрешенные относительно производной /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.2	Уравнения неразрешенные относительно производной. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
3.3	Уравнения, неразрешенные относительно производной /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 4. Уравнения, допускающие понижение порядка</b>				



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 6

4.1	Уравнения, допускающие понижение порядка /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.2	Уравнения, допускающие понижение порядка /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
4.3	Уравнения, допускающие понижение порядка /Ср/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 5. Уравнения в частных производных первого порядка</b>				
5.1	Уравнения с частными производными первого порядка /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э2
5.2	Уравнения с частными производными первого порядка /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э2
5.3	Уравнения с частными производными первого порядка /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э2
<b>Раздел 6. Теория устойчивости</b>				
6.1	Устойчивость по Ляпунову. Исследование на устойчивость по первому приближению. Функция Ляпунова /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
6.2	Теория устойчивости. Основные понятия. Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
6.3	Теория устойчивости /Ср/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 7. Разностные уравнения</b>				
7.1	Основные определения и примеры. Линейные разностные уравнения. /Лек/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.2	Линейные разностные стационарные уравнения. Нормальные линейные системы разностных уравнений /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.3	Линейные стационарные системы разностных уравнений. Устойчивость по Ляпунову положений равновесия автономной системы разностных уравнений /Лек/	4	4	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.4	Общие свойства и методы решения линейных разностных уравнений /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»				стр. 7
7.5	Линейные разностные стационарные уравнения /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.6	Нормальные линейные системы разностных уравнений. Линейные стационарные системы разностных уравнений /Пр/	4	2	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
7.7	Линейные разностные уравнения и системы /Ср/	4	3	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 8. Экзамен</b>				
8.1	Дифференциальные и разностные уравнения /Ср/	4	16	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2
<b>Раздел 9. Иная контактная работа</b>				
9.1	Текущий контроль, индивидуальные консультации /ИКР/	4	11	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1 Л2.2 Л2.3 Э1 Э2

## 6. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 6.1. Перечень видов оценочных средств

Контрольные работы  
Индивидуальные задания (в форме домашней работы)  
Самостоятельная работа на занятии  
Экзамен

При дистанционном обучении устный опрос, в том числе защита курсовых работ, реализуется в Microsoft Teams, практические задания и письменные ответы размещаются в Moodle, ответы должны сданы также в Moodle, тестирование осуществляется также в Moodle.

### 6.2. Типовые контрольные задания и иные материалы для текущей аттестации

Домашнее индивидуальное задание содержит задачи следующих типов:

1. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные уравнения.
3. Уравнения, сводящиеся к однородным.
4. Линейные уравнения первого порядка.
5. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель.
7. Построение линейного однородного уравнения
8. Неоднородные линейные уравнения со специальной правой частью
9. Решение линейного неоднородного уравнения методом вариации постоянной
10. Однородная система линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Примерные задания для СРС и контрольных работ

1. Составить дифференциальные уравнения данных семейств линий:  $y = Cx^3$ .
2. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых.  $xy dx + (x + 1) dy = 0$ .
3. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых.  $(y^2 + 1) dx = xy dy$ .
4. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых. Найти также решение, удовлетворяющее начальным условиям.  $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0$ ;  $y(0) = 1$ .
5. Решить уравнение и построить несколько интегральных кривых. Найти также решение, удовлетворяющее начальным условиям.  $y' \operatorname{ctg} x + y = 2$ ;  $y(x) \rightarrow -1$  при  $x \rightarrow 0$ .
6. Решить уравнение:  $(x + 2y)dx - x dy = 0$ .



7. Решить уравнение:  $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$ .
8. Проверить, что данное уравнение является уравнением в полных дифференциалах, и решить его:  $(2 - 9xy^2)x dx + (4y^2 - 6x^3)y dy = 0$ .
9. Решить уравнение:  $x^2y'' = y'^2$ .
10. Решить уравнение:  $2xy'y'' = y'^2 - 1$ .
11. Найти все решения данного уравнения. Выделить особые решения (если они есть). Дать чертеж.  $8y^3 = 27y$ .
12. Найти все решения данного уравнения. Выделить особые решения (если они есть). Дать чертеж.  $(y' + 1)^3 = 27(x + y)^2$ .
13. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.  $y'' + y' = 1$ ;  $y'(0) = 0$ ,  $y(1) = 1$ .
14. Найти решение уравнения, удовлетворяющее указанным краевым условиям.  $y'' - y' = 0$ ;  $y(0) = -1$ ,  $y'(1) - y(1) = 2$ .
15. Решить систему уравнений:  $x' = 2x + y$ ,  $y' = 3x + 4y$ .
16. Решить систему уравнений:  $x' = x - y$ ,  $y' = y - 4x$ .
17. Решить систему уравнений:  $x' + x - 8y = 0$ ,  $y' - x - y = 0$ .
18. Решить систему уравнений:  $x' = x + y$ ,  $y' = 3y - 2x$ .
19. Решить систему уравнений ( $x'$  означает  $dx/dt$ , и т. д.):  $x' = 3x - y$ ,  $y' = 4x - y$ .
20. Решить систему, не приведенную к нормальному виду:  $x'' = 2x - 3y$ ,  $y'' = x - 2y$ .
21. Решить систему, не приведенную к нормальному виду:  $x'' = 3x + 4y$ ,  $y'' = -x - y$ .
22. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при  $t \rightarrow +\infty$ .  $x'' - x + x^2 = 0$ .
23. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при  $t \rightarrow +\infty$ .  $x'' + 2x^3 = 0$ .
24. Начертить траектории на фазовой плоскости. По чертежу сделать выводы о поведении решений при  $t \rightarrow +\infty$ .  $x'' + 2x^3 - 2x = 0$ .
25. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений:  $y' = x/z$ ,  $z' = -x/y$ .
26. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений:  $y' = z/x$ ,  $z' = z(y + 2z - 1)/(x(y - 1))$ .
27. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений:  $y' = y^2z$ ,  $z' = z/x - yz^2$ .
28. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости  $(x, y)$ .  $y' = (2x + y)/(3x + 4y)$ .
29. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости  $(x, y)$ .  $y' = (x - 4y)/(2y - 3x)$ .
30. Исследовать особые точки. Дать чертеж расположения интегральных кривых на плоскости  $(x, y)$ .  $y' = (x +$

### 6.3. Типовые контрольные вопросы и задания для промежуточной аттестации

Практические задания на экзамен см. приложение 1.

Теоретические вопросы к экзамену:

1. Определение дифференциального уравнения и решения дифференциального уравнения. Задача Коши и краевая задача.
2. Геометрическое истолкование дифференциального уравнения (векторное поле) и его решения (интегральная кривая).
3. Задача обратная решению дифференциального уравнения.
4. Уравнения в полных дифференциалах.
5. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
6. Уравнения с разделяющимися переменными и однородные уравнения.
7. Теорема существования и единственности (формулировка). Теорема существования и единственности для уравнения  $n$ -го порядка (формулировка).
8. Некоторые сведения о линейных дифференциальных уравнениях, свойства решений (с доказательством).
9. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
10. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Теорема о виде решения.
11. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней). Действительное решение уравнения с действительными коэффициентами.
12. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней).
13. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней). Теорема о виде решения.
14. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Вид решения. Определение квазимногочлена. Теорема о виде частного решения.
15. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами. Свойство квазимногочленов.



16. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Случай простых корней характеристического уравнения.
17. Нормальная линейная однородная система с постоянными коэффициентами. Общий случай.
18. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Простейшие свойства решений однородной системы. Линейная зависимость системы решений.
19. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
20. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Соответствие между произвольной матрицей с ненулевым определителем и фундаментальной матрицей линейной системы.
21. Нормальная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Правило дифференцирования детерминанта. Формула Лиувилля.
22. Нормальная неоднородная система линейных уравнений с переменными коэффициентами. Вид решения. Метод вариации постоянных.
23. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Сведение к нормальной линейной системе. Эквивалентность решения уравнения и системы.
24. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Линейная независимость. Фундаментальная система решений. Её существование, выражение решения с помощью фундаментальной системы решений.
25. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Детерминант Вронского. Формула Лиувилля.
26. Линейные уравнения  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Метод вариации постоянных.
27. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы линейных уравнений. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения  $n$ -го порядка.
28. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения. Ломаные Эйлера.
29. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
30. Уравнения, неразрешенные относительно производной. Теорема существования и единственности, следствие.
31. Методы решения уравнений, неразрешенных относительно производной: разрешение относительно производной, метод введения параметра. Уравнения Клеро.
32. Уравнения, допускающие понижение порядка. Промежуточные интегралы. Уравнения, которые не содержат явно искомую функцию или независимую переменную.
33. Понижение порядка в однородных уравнениях. Приведение к полной производной.
34. Автономные системы дифференциальных уравнений и их фазовые пространства. Понятие автономной системы и нормальной автономной системы. Кинематическая интерпретация решения автономной системы. Совпадение двух траекторий.
35. Положения равновесия и замкнутые кривые. Три вида траекторий автономной системы.
36. Фазовые пространства. Фазовые траектории. Критерий положения равновесия. Связь геометрической и кинематической интерпретаций решений нормальной системы.
37. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Невырожденный случай.
38. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Вырожденный случай.
39. Фазовая плоскость линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Существование нулевого собственного значения.
40. Устойчивость решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость по Ляпунову, связь этих понятий. Переход от исследования устойчивости произвольного решения к исследованию устойчивости нулевого решения.
41. Достаточное условие устойчивости для линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
42. Исследование устойчивости с помощью функций Ляпунова. Производная функции в силу системы уравнений. Теорема Ляпунова об устойчивости. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Примеры.
43. Теорема Четаева о неустойчивости. Пример.
44. Теорема об устойчивости по первому приближению. Пример.
45. Уравнения с частными производными первого порядка. Линейное одно-родное уравнение, теорема о связи решения с первым интегралом системы дифференциальных уравнений. Лемма о первых интегралах системы меньшего порядка. Теорема об общем решении линейного уравнения.
46. Квазилинейное уравнение, понятие характеристики уравнения. Теорема о решении квазилинейного уравнения. Теорема о получении решения из первого интеграла. Теорема об общем решении квазилинейного уравнения (формулировка).



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 10

47. Задача Коши для квазилинейного уравнения, теорема о существовании единственного решения задачи Коши, геометрический смысл условия теоремы, пример.  
48. Линейные разностные стационарные уравнения. Нормальные линейные системы разностных уравнений  
49. Линейные стационарные системы разностных уравнений. Устойчивость по Ляпунову положений равновесия автономной системы разностных уравнений

#### 6.4. Критерии оценивания

Контрольная работа - 10 баллов  
Домашняя работа - до 20 баллов  
Самостоятельная работа на занятии - 5 баллов

Для допуска на экзамен по дисциплине студент должен набрать от 40 до 60 баллов и выше. В случае меньшего количества баллов, студенту необходимо добрать недостающее количество,

Критерии оценивания экзамена:

«Отлично» (91-100 баллов, высокий уровень сформированности компетенций)- выставляется студенту в том случае, если он: глубоко и правильно усвоил программный материал, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает; владеет основными математическими методами и алгоритмами решения задач; умеет строить математические модели, увязывать теорию с практикой, показывает умение применять знания.

«Хорошо» (81-90 баллов, средний сформированности компетенций)- выставляется студенту, если: он твердо знает программный материал, грамотно и по существу его излагает; владеет основными математическими методами; не допускает существенных ошибок, но и испытывает затруднения в выводах и доказательствах; умеет применять основные положения и формулы для решения задач.

«Удовлетворительно» (65-80 баллов, базовый уровень сформированности компетенций)- выставляется студенту в том случае, если он: имеет знания только основного материала, но не умеет делать выводов и доказательств; допускает ошибки, недостаточно правильные формулировки; с трудом увязывает основные положения с практикой.

«Неудовлетворительно» (0-64 баллов, недостаточный уровень сформированности компетенций)- выставляется студенту в том случае, если он: не знает основополагающих вопросов изучаемого курса или значительной части программного материала; допускает ошибки, обнаруживает неумение их исправлять; не может увязать теорию с практикой.

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Рекомендуемая литература

##### 7.1.1. Основная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л1.1	Литвин Д. Б., Мелешко С. В., Мамаев И. И.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=484995">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=484995</a> )	Ставрополь : Ставропольский государственны й аграрный университет (СтГАУ), 2017	ЭБС
Л1.2	Веретенников В. Н.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597929">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597929</a> )	Москва, Берлин : Директ -Медиа, 2020	ЭБС
Л1.3	Веретенников В. Н., Ржонсницкая Ю. Б.	Практикум. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597930">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=597930</a> )	Москва, Берлин : Директ -Медиа, 2020	ЭБС
Л1.4	Трухан А. А., Огородникова Т. В.	Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие для вузов ( <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2020	ЭБС

##### 7.1.2. Дополнительная литература

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.1	Камке Э.	Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям: справочник ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454586</a> )	Москва : Наука, 1971	ЭБС



Рабочая программа дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" по направлению подготовки (специальности) 02.03.02 "Фундаментальная информатика и информационные технологии" направленности (профилю) Математические и алгоритмические основы интеллектуальных систем ФГБОУ ВО «ЧелГУ»

стр. 11

	Авторы,	Заглавие	Издательство,	Ресурс
Л2.2	Михлин С. Г.	Линейные уравнения в частных производных: учебное пособие ( <a href="https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=468232">https://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=468232</a> )	Москва : Высшая школа, 1977	ЭБС
Л2.3	Хеннер В. К., Белозерова Т. С., Хеннер М. В.	Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений ( <a href="https://e.lanbook.com/book/210038">https://e.lanbook.com/book/210038</a> )	Санкт- Петербург : Лань, 2022	ЭБС

## 7.2. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет"

Э1	Лань [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система (ЭБС) / издательство Лань. – URL: <a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a>
Э2	Университетская библиотека онлайн [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система (ЭБС) / ООО Директмедиа Паблишинг. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/">http://biblioclub.ru/</a>

## 7.3 Перечень информационных технологий

### 7.3.1 Программное обеспечение

LMS Moodle
Adobe Reader
Microsoft Office Professional Plus 2010 (Лицензия Троицкого филиала)
Microsoft Office Professional Plus 2013 (Лицензия Троицкого филиала)

### 7.3.2 Профессиональные базы данных и информационно-справочные системы

1. Электронный каталог научной библиотеки ЧелГУ [Электронный ресурс] : база данных / Челяб. гос. ун-т. – Челябинск, 1992.– URL: <a href="http://window.edu.ru/resource/074/72074/">http://window.edu.ru/resource/074/72074/</a> .
2. Библиографические базы данных ИНИОН РАН [Электронный ресурс] : сайт. – URL: <a href="http://inion.ru/resources/bazy-dannykh-inion-ran/">http://inion.ru/resources/bazy-dannykh-inion-ran/</a> .
3. Единое окно доступа к информационным ресурсам [Электронный ресурс] : сайт / ФГАУ ГНИИ ИТТ «Информика». – Москва, 2005. – URL: <a href="http://window.edu.ru/">http://window.edu.ru/</a> .
4. Архив научных журналов [Электронный ресурс] : база данных / Национальный электронно-информационный консорциум (НП НЭИКОН). – URL: <a href="http://arch.neicon.ru/xmlui/">http://arch.neicon.ru/xmlui/</a>

## 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Для реализации дисциплины используются учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы.

Учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения: (системный блок, Монитор Samsung SyncMaster 783 DF, клавиатура Genius, мышь Opt. Genius) – 1 шт., проектор Benq MP 515 – 1 шт., интерактивная доска SMART Board 680V – 1 шт.); (системный блок, клавиатура Oklick, мышь Opt. Oklick, Genius; мониторы E2370S) – 20 шт., доска ученическая обычная настенная – 1 шт., учебные парты (столы) – 16 шт., компьютерные столы – 20 шт., стулья – 50 шт., стол для преподавателя – 1 шт., кафедра – 1 шт, аудиоколонки – 1 компл.

Свободный доступ в Интернет (Wi-Fi), лицензионное программное обеспечение Windows XP.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с подключением к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду филиала.

## 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В случае применения при обучении дисциплины электронного обучения, дистанционных образовательных технологий общение обучающихся и преподавателя осуществляется в режиме реального времени (Microsoft Teams, форумы, электронная почта, сотовая связь) и отложенного времени (системы дистанционного обучения Moodle, электронная почта, форумы).

Большую часть времени обучающиеся самостоятельно работают с учебно-методическими материалами. Студенты имеют возможность консультироваться с преподавателем по всем вопросам, возникающим в ходе самостоятельной работы посредством системы дистанционного обучения Moodle, электронной почты, сотовой связи, форумов. Доступ обучающегося к учебным ресурсам в режиме отложенного времени, самостоятельной работы осуществляется через сеть Интернет в удобном для него месте, времени и темпе



#### Общие методические указания по изучению дисциплины

О содержании занятий: Теория дифференциальных уравнений дает углубленные знания о природе и служит средством для построения математических моделей различных процессов. Цель проведения занятий по данной учебной дисциплине это изложить в систематическом виде общую теорию обыкновенных дифференциальных уравнений, чтобы студенты имели ясное представление об идеях и методах и способах решения задач этой теории, являющейся одной из важнейших ветвей анализа.

При проведении лекционных занятий ясно и, по возможности, коротко именуется тема лекции. Все формулировки должны быть с четким выделением предположений и утверждений из них следующими. Формулировки утверждений (любого уровня) и определений нумеруются для удобства ссылок на них. Слова «очевидно» и «просто» при проведении любых занятий использовать не следует. Из-за сложности доказательств, следует особое внимание уделить темам: «Непродолжаемые решения», «Непрерывная зависимость решения от правой части уравнения, начальных значений и параметров», «Метод функций Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и об асимптотической устойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости», «Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению» в 4 семестре, необходимо снабдить изложение теоретического материала конкретными примерами. Вообще, по возможности, каждая лекция должна сопровождаться примерами и конкретными задачами для иллюстрации изложенного теоретического материала.

При проведении практических занятий следует брать за основу сборник задач по дифференциальным уравнениям, составленный Филипповым А.Ф. В рабочей программе для практических занятий предоставлен примерный план решения задач по соответствующим темам на практических занятиях, а также задания для самостоятельной работы студентов, названные домашними заданиями (Д/З). О проведении промежуточной контрольной работы, ее сроках и темах в нее входящих, студентов необходимо предупреждать за 2 недели. Давая им тем самым возможность подготовиться в полном объеме.

В 3 семестре особое внимание при проведении практических занятий следует уделить темам: «Уравнения с разделяющимися переменными. Задача Коши», «Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами. Квазимногочлены. Задача Коши», «Линейные однородные системы с постоянными коэффициентами», так как эти темы являются базовыми и наиболее часто используются в дальнейшем обучении. В 4 семестре особое внимание следует уделить темам: «Теоремы существования и единственности», «Устойчивость по Ляпунову, определение», «Исследование на устойчивость по первому приближению», «Функция Ляпунова» из-за фундаментальности рассматриваемых теорем; «Производная решения по параметру», «Производная решения по начальному условию» из-за сложности в понимании студентами данных тем; «Уравнения в частных производных первого порядка», так как данная тема является переходной к занятиям учебной дисциплине «Уравнения математической физики» в 5 семестре.

О форме проведения занятий: Предусматривается широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
  - использование принципов социально-психологического обучения в учебной и научной деятельности;
  - формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения.
- Они направлены на развитие внутренней активности студента и достижения ряда важнейших образовательных целей. Таких как: стимулирование мотивации и интереса в области углубленного изучения теории математического моделирования в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане; повышение уровня активности и самостоятельности научно-исследовательской работы; развитие навыков анализа, критичности мышления, научной коммуникации.

При проведении лекционных занятий целесообразно использовать такие формы проведения занятий как «Проблемная лекция», «Лекция с заранее запланированными ошибками» и «Лекция–пресс-конференция»; при проведении практических занятий применять «Мозговой штурм».

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивной форме, составляет 50% от аудиторных занятий.

#### Методические рекомендации студенту

Изучение каждой темы следует начинать с проработки соответствующего теоретического материала в литературе, представленной в п.5 или использовать собственный конспект лекций данной дисциплины. Для усвоения теоретического материала также нужно разобрать предлагаемые в лекционном материале примеры. Только затем следует закрепить разобранный материал изучаемой темы самостоятельным решением предлагаемых домашних заданий. Самостоятельная работа над задачами дисциплины может, кроме основного источника, проводиться по задачникам представленным в п.5. Успешное написание промежуточных контрольных работ возможно только при внимательном, всестороннем и качественном изучении тем практических занятий, предшествующих данной работе и объявленных преподавателем.



Необходимо тщательно и добросовестно изучить основную и дополнительную литературу, использовать электронную коллекцию. Активная и добросовестная, систематическая работа в течение семестра, проявление инициативы на лекционных и практических занятиях, постоянное выполнение домашних, контрольных и самостоятельных работ являются необходимым условием достаточного овладения материалом учебной дисциплины и успешного прохождения итоговой аттестации по дисциплине.

#### **10. СПЕЦИАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ ОБУЧАЮЩИМИСЯ С ИНВАЛИДНОСТЬЮ И ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ**

Освоение дисциплины инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с использованием специальных технических средств и информационных технологий, предоставляемых Ресурсным учебно-методическим центром по обучению инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья ЧелГУ по запросу обучающегося (мобильные специальные технические средства для лиц с нарушениями зрения и с нарушением слуха, ассистивные информационные технологии).

При необходимости для обучающихся с нарушениями зрения на рабочих местах для проведения практических или лабораторных занятий устанавливается специальное программное обеспечение (программа речевой навигации, речевые синтезаторы, экранные лупы).

В учебные аудитории обеспечивается беспрепятственный доступ для обучающихся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья. В каждой аудитории, где обучаются инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, предусматривается соответствующее количество мест для обучающихся с учетом нарушений их здоровья.

Для освоения дисциплины инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется доступ к печатным источникам, имеющимся в научной библиотеке ЧелГУ, с помощью специальных технических средств; доступ с помощью специальных технических и программных средств к электронным источникам, представленным в форме электронного документа в фонде научной библиотеки ЧелГУ или электронно-библиотечных системах.

Учебно-методические материалы для обучающихся из числа инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предоставляются в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и особенностям восприятия информации.

Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья освоение дисциплины может быть частично или полностью осуществлено с использованием дистанционных образовательных технологий.

При проведении промежуточной аттестации по дисциплине обучающимся с инвалидностью и с ограниченными возможностями здоровья обеспечивается по их заявлению предоставление в доступной форме в зависимости от их индивидуальных особенностей инструкции о порядке проведения промежуточной аттестации, оценочных средств и возможности ответов на задания (письменно на бумаге, набор ответов на компьютере, письменно шрифтом Брайля, с использованием услуг ассистента, устно).

При проведении процедуры оценивания результатов обучения инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья предусматривается использование предоставленных ЧелГУ или собственных технических средств, необходимых им в связи с их индивидуальными особенностями. При необходимости инвалидам и лицам с ограниченными возможностями здоровья предоставляется дополнительное время для подготовки ответа на задания, процедура оценивания результатов обучения по дисциплине может проводиться в несколько этапов.

